

Pengaturan Tracking Attitude Quadrotor Pada $SO(3)$

Almido H. Ginting¹, Samy Y. Doo¹, Don E.D.G. Pallo¹, Evtaleny R. Mauboy¹, Hendrik J. Djahi¹

¹ Jurusan Teknik Elektro, Fakultas Teknik, Universitas Nusa Cendana – Jalan Adisucipto Penfui, Kupang - NTT

ARTICLE INFO

Article history (8 pt):

Received February 5, 2024

Revised August 5, 2024

Accepted August 31, 2024

Keywords (8 pt):

A quadrotor ;
UAV;
Autonomous ;
Tracking attitude;
Inverse kinematic ;

ABSTRACT

A quadrotor is one type of UAV that is most often used in dangerous and difficult areas because quadrotors have unique capabilities, such as hovering and VTOL (Vertical Take Off and Landing). In order to achieve good autonomous quadrotor flight capabilities, tracking attitude control is required, and the expected orientation trajectory can be obtained. To avoid singularity and double covering conditions, the attitude is represented by a rotation matrix ($SO(3)$) so that the quadrotor can maneuver at larger angles. When attitude tracking control is carried out, the desired angular velocity will depend on the desired attitude. This shows that the angular velocity in tracking attitude control has its dynamics. Therefore, to track the attitude of a quadrotor, the desired angular velocity must be calculated using inverse kinematic control. The capabilities of the designed controller were tested by carrying out simulations using MATLAB software. The resulting controller can track quadrotor attitude changes from the simulations well, where convergence can be achieved in around 2 seconds.

Quadrotor merupakan salah satu tipe UAV yang paling sering digunakan pada daerah yang berbahaya dan sulit dijangkau. Hal ini dikarenakan quadrotor memiliki kemampuan yang unik, seperti *hovering* dan *VTOL (Vertical Take Off and Landing)*. Untuk mendapatkan kemampuan penerbangan quadrotor secara otomatis yang baik, pengendalian tracking attitude sangat diperlukan agar lintasan orientasi yang diharapkan bisa diperoleh. Untuk menghindari kondisi singularitas dan *double covering*, attitude direpresentasikan dengan sebuah matrix rotasi ($SO(3)$), sehingga quadrotor dapat melakukan manuver dengan sudut yang lebih besar. Dalam pengaturan tracking attitude, *angular velocity* yang diinginkan bergantung pada attitude yang diharapkan. Hal ini menunjukkan bahwa *angular velocity* pada pengendalian tracking attitude mempunyai dinamika tersendiri. Oleh karena itu, untuk mentracking attitude sebuah quadrotor, *angular velocity* yang diinginkan harus di hitung dengan menggunakan pengendalian inverse kinematic. Kemampuan dari pengendali yang di rancang diuji dengan cara melakukan simulasi menggunakan perangkat lunak MATLAB. Dari simulasi yang dilakukan, pengendali yang dihasilkan mampu mentracking perubahan attitude quadrotor dengan baik, dimana konvergensi dapat tercapai dalam kurun waktu sekitar 2 detik.

Corresponding Author:

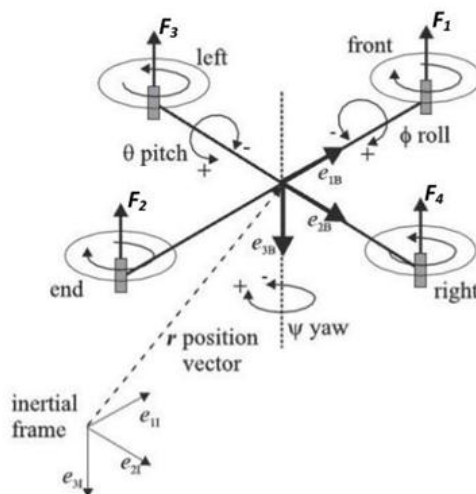
Corresponding Almido H. Ginting, Program Studi Teknik Elektro Universitas Nusa Cendana, Jl. Adisucipto Penfui, Kupang-NTT, Indonesia
Email: almidoginting@staf.undana.ac.id

1. PENDAHULUAN

Quadrotor merupakan salah satu jenis UAV (*Unmanned Aerial Vehicle*) dari tipe *rotary wing*, yang memiliki dua pasang baling-baling dengan arah putaran yang berlawanan pada masing-masing pasangan baling-baling. Daya angkat dan gerakan dari sebuah quadrotor dapat di hasilkan dengan melakukan pengaturan kecepatan dari masing-masing rotor [1, 2]. Berdasarkan karakteristik strukturnya, quadrotor memiliki beberapa kemampuan yang unik seperti kemampuan *hovering* (melayang) dan juga kemampuan *VTOL (Vertical Take Off and Landing)*. Dengan kemampuannya ini, quadrotor telah banyak digunakan

dalam bidang militer dan juga sipil, seperti melakukan pengintaian militer, fotografi, transportasi, dan juga bantuan bencana dari udara [3, 4].

Banyak penelitian telah dilakukan untuk meningkatkan kemampuan dari quadrotor seperti pengendalian ketinggian, attitude dan juga posisi dari quadrotor [5]. Attitude dari quadrotor merupakan suatu orientasi dari quadrotor (sebagai *body fixed frame*) terhadap bumi (sebagai *inertial frame*) seperti yang ditunjukkan pada Gambar 1. Pengendalian attitude merupakan hal yang paling mendasar dan penting dalam mengendalikan sebuah quadrotor.



Gambar 1. Attitude Quadrotor

Sebagian besar penelitian menggunakan metode *Euler angles* untuk merepresentasikan sebuah attitude [6, 7]. Metode ini memiliki kelemahan yaitu terjadinya singularitas pada saat sudut *pitch* dari quadrotor mencapai sudut sekitar 90 derajat. Dengan kondisi ini quadrotor tidak dapat melakukan *flip* dengan sudut yang besar, dan juga melakukan gerakan manuver yang rumit. Untuk menghindari kondisi singularitas ini, beberapa peneliti menggunakan metode *quaternion* untuk merepresentasikan sebuah attitude [8, 9]. Meskipun *quaternions* tidak mengalami singularitas, metode ini memiliki kelemahan yang lain, yaitu adanya dua vektor *quaternion* (*double covering*) untuk sebuah attitude (bersifat tidak unik). Untuk menghindari permasalahan pada kondisi singularities dan *double covering*, beberapa penelitian menggunakan matrix rotasi $R \in SO(3)$ untuk merepresentasikan sebuah attitude [10-12]. Metode ketiga ini bersifat global serta unik, dan merupakan pendekatan yang terbaik untuk merepresentasikan sebuah attitude, dibandingkan dengan dua metode sebelumnya.

Berdasarkan latar belakang diatas, pada penelitian ini akan dirancang sebuah pengendali yang dapat *men-tracking* attitude sebuah quadrotor yang berubah-ubah seiring perubahan waktu. Agar manuver yang dilakukan dapat mencapai manuver dengan sudut yang besar, maka attitude dari quadrotor direpresentasikan dalam bentuk *Special Orthogonal-3* ($SO(3)$).

2. METODE

Alur dari penelitian ini dapat dilihat pada Gambar 2, dimana penelitian yang dilakukan adalah mendesain sebuah pengendali tracking attitude, yang di gunakan untuk mengatur perubahan sudut attitude saat melakukan manuver. Terlihat juga bahwa attitude dari quadrotor direpresentasikan dalam bentuk $SO(3)$ dalam penelitian ini, sehingga dapat menghindari kondisi singularitas dan *double covering* saat melakukan manuver.

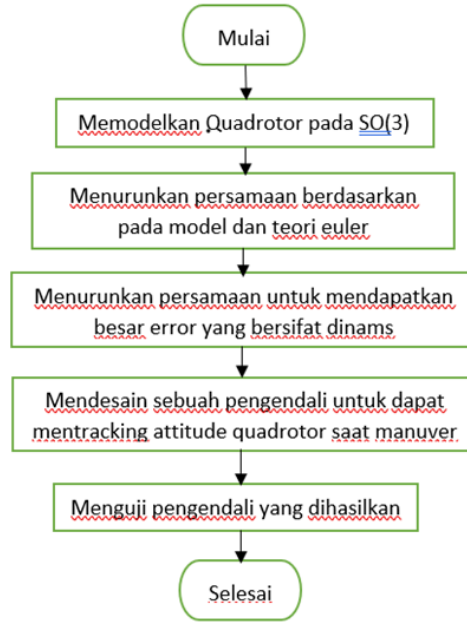
2.1. Pengaturan Attitude Quadrotor

Orientasi quadrotor merupakan transformasi dari frame *body* terhadap frame inersia. Persamaan gerak dari sebuah quadrotor adalah

$$\dot{R} = R\hat{\omega}^b \quad (1)$$

$$J\dot{\omega}^b + \omega^b \times J\omega^b = \tau \quad (2)$$

dimana $J \in R^{3 \times 3}$ merupakan matrix inersia pada frame body; $\omega_b \in R^3$ merupakan kecepatan sudut pada frame body; $R \in SO(3)$ adalah matrix rotasi yang merupakan transformasi dari frame *body* terhadap frame inersia; dan $\tau \in R^3$ merupakan kontrol torsi yang dihasilkan oleh aktuator dari robot.



Gambar 2. Alur Penelitian

Persamaan dinamis dari quadrotor pada (2) dapat ditulis kembali menjadi

$$\dot{\omega}^b = -J^{-1}(\omega^b \times J\omega^b) + J^{-1}\tau \quad (3)$$

dan kinematik dari quadrotor pada (1), dapat di tulis kembali dalam bentuk sudut ζ sebagai

$$\dot{\zeta} = \left(I + \frac{1}{2}\zeta + (1 - \alpha(\|\zeta\|)) \frac{\zeta^2}{\|\zeta\|^2} \right) \omega^b \quad (4)$$

dimana $\alpha(\zeta) \equiv \left(\frac{\zeta}{2} \right) \cot \left(\frac{\zeta}{2} \right)$, $\omega^b \in R^3$ merupakan kecepatan sudut *body*, dan $\zeta \in so(3)$ adalah *exponential coordinate* dari matrix rotasi. Dari persamaan dinamis diatas, maka aturan kontrol bagi quadrotor adalah

$$\tau = \omega^b \times J\omega^b - k_p \log(R) - k_d \omega^b \quad (5)$$

dimana $R \in SO(3)$ adalah attitude dari sebuah quadrotor, ω^b merupakan kecepatan sudut pada *body frame*, J adalah momen inersia dari quadrotor, dan τ adalah kontrol torsi.

2.2. Pengaturan tracking orientasi quadrotor

Attitude tracking merupakan suatu hal yang berbeda bila dibandingkan sebuah kestabilan attitude. Tujuan dari kestabilan attitude adalah kondisi *hovering* (melayang), atau sebuah kondisi attitude yang konstan. Sedangkan tujuan dari sebuah *attitude tracking* adalah kondisi attitude yang terus berubah seiring dengan perubahan waktu. Perbedaan lainnya adalah mengenai *angular velocity* yang diinginkan. Dalam pengendalian *tracking attitude*, *angular velocity* yang diinginkan bergantung pada attitude yang diharapkan. Sedangkan pada kestabilan attitude, *angular velocity* yang diinginkan adalah konstan (nol). Hal ini menunjukkan bahwa *angular velocity* pada pengendalian *attitude tracking* mempunyai dinamika tersendiri. Oleh karena itu, untuk men-*tracking attitude* sebuah quadrotor, *angular velocity* yang diinginkan harus di hitung dengan menggunakan pengendalian *inverse kinematic*.

Pada bagian ini, sistem kontrol untuk mengikuti target attitude yang diharapkan $R_d(t) \in SO(3)$ akan di rancang. Persamaan kinematik untuk attitude yang diharapkan dapat di tulis sebagai

$$\dot{R}_d = R_d \hat{\omega}_d \quad (6)$$

dimana $\omega_d \in R^3$ merupakan *angular velocity* yang diharapkan.

Suatu *error attitude* yang dinamis, yang merepresentasikan *error trajectory tracking* dari attitude yang diharapkan harus ditentukan. Oleh karena itu, dengan adanya nilai target dari *tracking* (R_d, ω_d), dan kondisi attitude serta *angular velocity* (R, ω), maka *error* dinamis dari attitude dapat dihitung sebagai

$$\begin{aligned} \dot{e}_R &= \dot{R} - \dot{R}_d(R_d^T R) \\ &= R\hat{\omega} - R_d\hat{\omega}_d R_d^T R \\ &= (R\hat{\omega} R^T - R_d\hat{\omega}_d R_d^T)R \\ &= (R\omega - R_d\omega_d)R \\ &= R(\omega - R^T R_d\omega_d)^\wedge \\ &= R\hat{e}_\omega \end{aligned} \quad (7)$$

dan

$$\begin{aligned} \dot{e}_\omega &= \dot{\omega} - \left(\frac{d\hat{R}^T}{dt} R_d\omega_d + R^T \frac{dR_d}{dt} \omega_d + R^T R_d \dot{\omega}_d \right) \\ &= \dot{\omega} - (-\hat{\omega} R^T R_d \omega_d + R^T R_d \dot{\omega}_d) \\ &= J^{-1}(\tau + g(R) - \omega \times J\omega) - \alpha_d \end{aligned} \quad (8)$$

dimana $\alpha_d = -\hat{\omega} R^T R_d \omega_d + R^T R_d \dot{\omega}_d$ merupakan percepatan sudut.

Dengan diberikan attitude yang di harapkan R_d , dan konstanta K_p dan K_d yang positif, maka sebuah sinyal kontrol $\tau \in \mathbb{R}^3$ diperoleh sebagai

$$\tau = -K_p e_R - K_d e_\omega + \omega \times J\omega + J\alpha_d \quad (9)$$

akan membuat *error tracking* untuk attitude dan *angular velocity* konvergen ke nol, yaitu $e_R, e_\omega \rightarrow 0$ saat $t \rightarrow \infty$.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk menguji kemampuan dari pengendali ini, pengujian dilakukan dengan melakukan simulasi pada MATLAB. Pada penelitian ini, parameter model dari quadrotor di ambil dari model yang digunakan oleh Bouabdallah. Parameter dari quadrotor ini dapat dilihat pada Tabel 1. Quadrotor ini simetris terhadap sumbu- x dan sumbu- y . Oleh karena itu, komponen *off diagonal* dari matrix inersia adalah nol, dan dapat di tulis sebagai

$$\begin{bmatrix} 7.5 \times 10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 7.5 \times 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 1.3 \times 10^{-2} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Tabel 1. Parameter Model Quadrotor

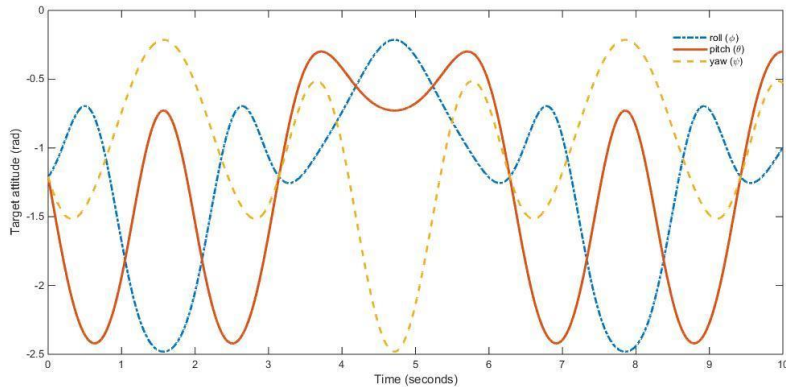
Parameter	Deskripsi	Nilai	Satuan
I	Massa	6.5×10^{-1}	Kg
I_{xx}	Inersia Roll	7.5×10^{-3}	Kg m ²
I_{yy}	Inersia Pitch	7.5×10^{-3}	Kg m ²
I_{zz}	Inersia Yaw	1.3×10^{-2}	Kg m ²
J_r	Inersia Rotor	6.5×10^{-5}	Kg m ²
b	Thrust Factor	3.3×10^{-5}	N
d	Drag Factor	7.5×10^{-7}	N
l	Jarak ke pusat	3×10^{-1}	m

Pada penelitian ini, simulasi dilakukan dalam 2 skenario. Pada skenario pertama, pengujian dilakukan dengan kondisi awal quadrotor dalam keadaan *hovering* (melayang). Untuk skenario kedua, kondisi awal dari quadrotor tidak dalam keadaan *hovering*, melainkan pada kondisi sudut attitude (orientasi) pada sumbu *roll*, *pitch*, dan *yaw* sebesar ($90^0, 60^0, 30^0$). Target orientasi yang diharapkan berupa nilai orientasi yang berubah-ubah seiring dengan waktu, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3.

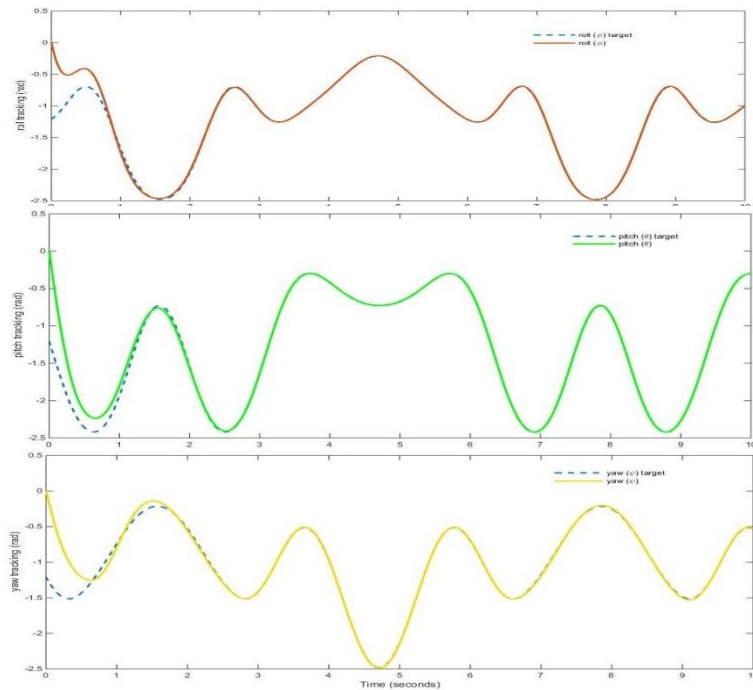
3.1. Skenario 1

Pada skenario pertama, pengujian dilakukan pada quadrotor yang melakukan manuver dari kondisi *hovering* menuju target orientasi yang diinginkan. Pada kondisi *hovering*, matrix rotasi akan berupa sebuah matrix identitas 3×3. Target orientasi disini merupakan nilai *exponential coordinate* ζ dari sebuah matrix

rotasi. Hasil dari pengendali ini merupakan *tracking* orientasi terhadap target orientasi yang diinginkan. Hasil *tracking* orientasi pada skenario pertama ini dapat dilihat pada Gambar 4.

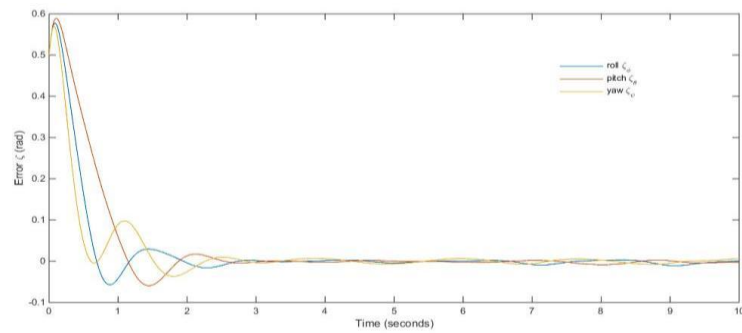


Gambar 3. Target Orientasi



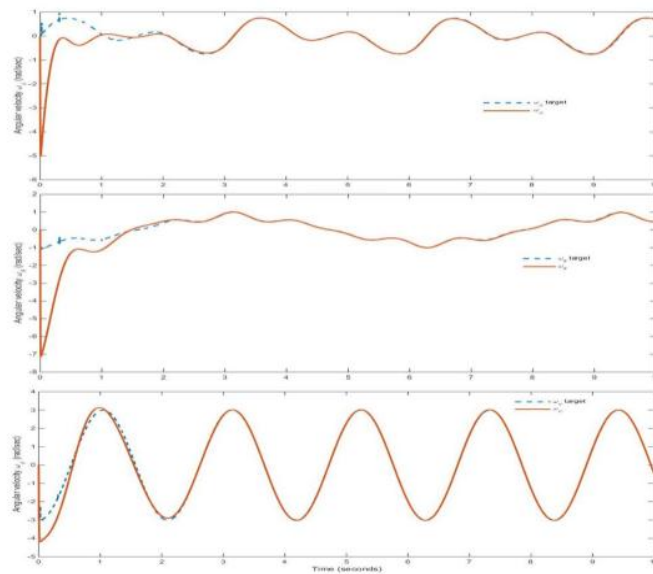
Gambar 4. Hasil *tracking* orientasi pada skenario pertama

Dari Gambar 4 terlihat bahwa besar sudut orientasi yang ditunjukkan dengan nilai *exponential coordinate* ζ pada sumbu- x (*roll*), sumbu- y (*pitch*), dan sumbu- z (*yaw*) dapat mengikuti perubahan orientasi pada target orientasi. Pengendali yang dihasilkan dapat men-*tracking* target dengan baik, dan sistem mencapai keadaan konvergensi dalam waktu sekitar 2 detik. Hal ini dapat dilihat dari nilai *error* sudut orientasi pada sumbu *roll*, *pitch*, dan *yaw* yang konvergen menuju sudut sebesar $\pm 0^0$, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 5.



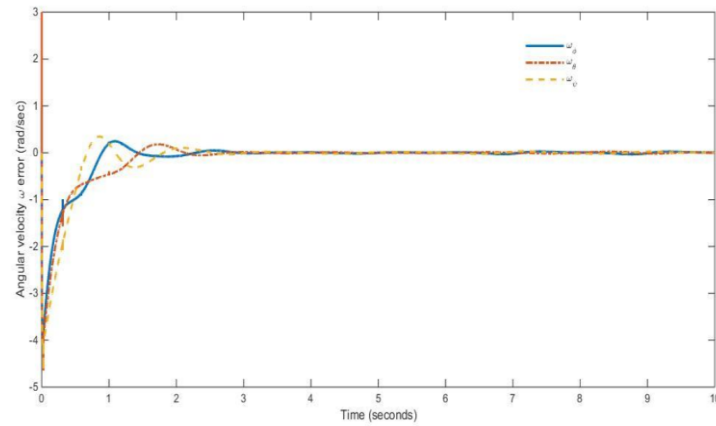
Gambar 5. Error orientasi pada skenario pertama

Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya bahwa pada skema *tracking* orientasi, *angular velocity* dari sistem akan berubah berdasarkan besar sudut orientasi yang sesuai. Hasil simulasi dari skenario pertama ini dapat dilihat pada Gambar 6.



Gambar 6. Tracking Angular velocity pada skenario pertama

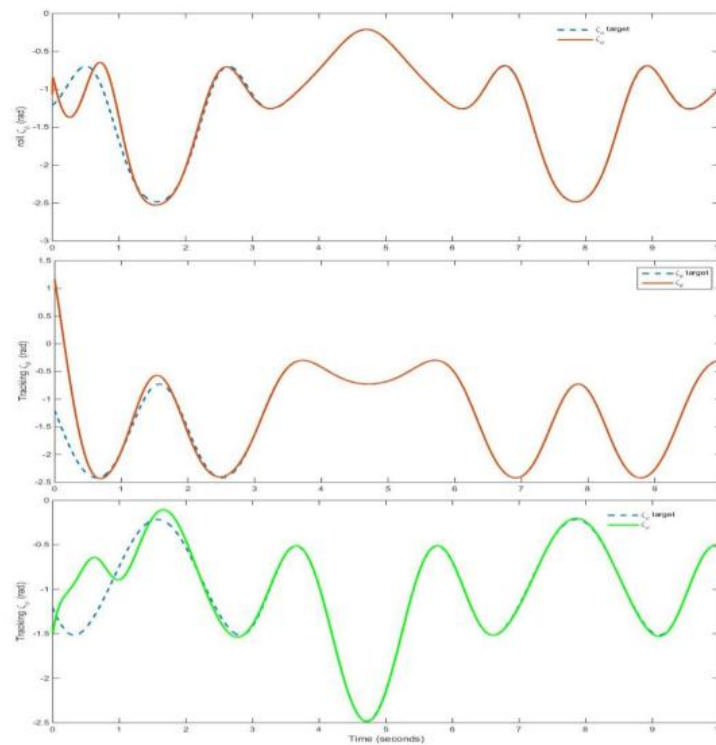
Dari Gambar 6 terlihat bahwa target *angular velocity* dari sistem dapat di-*tracking* oleh pengendali yang di rancang dengan baik dalam waktu ± 2 detik. Pengendali ini dapat mencapai kondisi konvergen, dimana *error* sudut dari sistem sebesar 0^0 saat waktu t menuju nilai tak terhingga. Besar *error* saat men-*tracking* besar sudut *angular velocity* pada skenario pertama ini dapat ditunjukkan pada Gambar 7, dimana *steady state error* dari *angular velocity tracking* ini berkisar 0.02 rad , sehingga dapat dikatakan bahwa pengendali ini dapat men-*tracking* perubahan *angular velocity* dengan baik.



Gambar 7. Angular Velocity Error skenario pertama

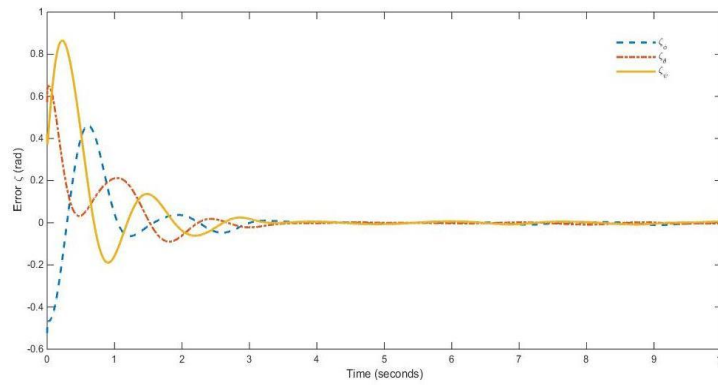
3.2. Skenario 2

Pada skenario ke-2, pengujian dilakukan dengan melakukan manuver dari kondisi awal sudut orientasi adalah $(90^0, 60^0, 30^0)$ terhadap sumbu *roll*, *pitch*, dan *yaw*. Target orientasi yang dituju pada skenario ke-2 adalah sama dengan target orientasi pada skenario pertama, yaitu seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3 di atas. Hasil pengujian *tracking* orientasi pada skenario ke-2 ini dapat dilihat pada Gambar 8.



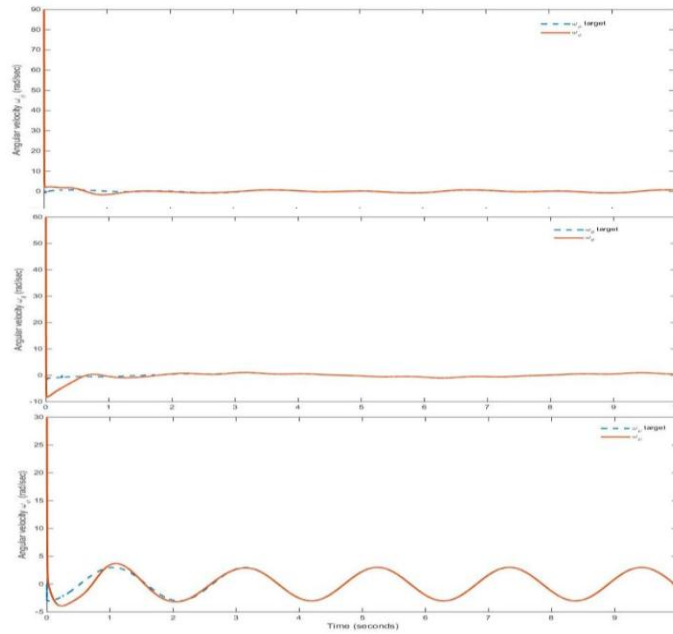
Gambar 8. Tracking orientasi pada skenario ke-2

Dari Gambar 8 terlihat bahwa pengendali dapat mengendalikan sistem dengan baik, dalam hal ini adalah sebuah quadrotor. Quadrotor dapat mengikuti perubahan orientasi dari target orientasi yang diberikan. dalam waktu ± 2 detik. Sistem dapat mencapai keadaan konvergensi dalam waktu yang cukup singkat, yaitu dalam waktu $\pm 3,5$ detik, dimana *error* dari sistem mencapai sebesar 0^0 saat waktu menuju tak hingga. Hal ini dapat dilihat dari besarnya *error* sistem seperti yang ditunjukkan pada Gambar 9.

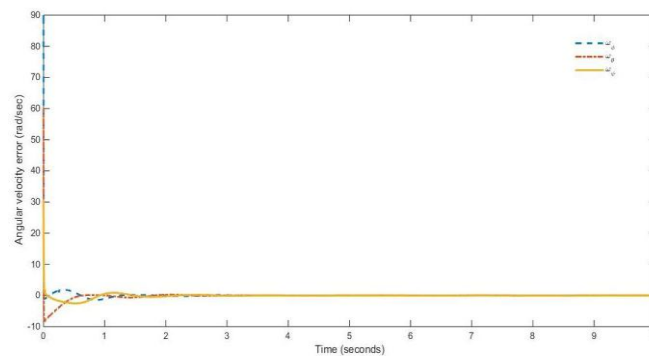


Gambar 9. Error orientasi pada skenario ke-2

Seperti pada skenario pertama, pada skenario ke-2 juga dilakukan pengujian terhadap *angular velocity tracking*. Hasil simulasi dari *angular velocity tracking* yang diharapkan dapat dilihat pada Gambar 10. Terlihat bahwa sistem dapat mengikuti perubahan *angular velocity* yang terjadi pada sumbu *roll*, *pitch*, dan *yaw* dengan baik dalam waktu $\pm 1,5$ detik. Sistem dapat mencapai keadaan konvergensi dalam waktu $\pm 1,5$ detik, seperti yang terlihat pada Gambar 11.



Gambar 10. Angular velocity tracking skenario ke-2



Gambar 11. Angular velocity error skenario ke-2

4. KESIMPULAN

Pengendali ini menggunakan matrix *error* rotasi sebagai variabel *error* dari sistem. Pengendali yang dihasilkan mampu mengikuti perubahan attitude dari quadrotor yang selalu berubah seiring perubahan waktu. Dari hasil penelitian terlihat pengendali yang dibuat mampu men-*tracking* perubahan orientasi sesuai yang diharapkan, dan juga mampu men-*tracking* perubahan *angular velocity* yang sesuai dengan orientasi yang terjadi pada quadrotor. Pengendali yang dihasilkan mampu membuat sistem mencapai keadaan konvergensi dalam waktu ± 2 detik.

REFERENCES

- [1] S. Bouabdallah and R. Siegwart, "Backstepping and Sliding-mode Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor," Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Barcelona, Spain, 2005, pp. 2247-2252, doi: 10.1109/ROBOT.2005.1570447.
- [2] P. Castillo, R. Lozano and A. Dzul, "Stabilization of a mini-rotorcraft having four rotors," 2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS) (IEEE Cat. No.04CH37566), Sendai, Japan, 2004, pp. 2693-2698 vol.3, doi: 10.1109/IROS.2004.1389815.
- [3] S. Islam, P. X. Liu and A. El Saddik, "Robust Control of Four-Rotor Unmanned Aerial Vehicle With Disturbance Uncertainty," in IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 62, no. 3, pp. 1563-1571, March 2015, doi: 10.1109/TIE.2014.2365441.
- [4] Jing-Jing Xiong and En-Hui Zheng, " Position and attitude tracking control for a quadrotor UAV," *ISA Transactions*, vol. 53, Issue 3, pp. 725-731, 2014, <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2014.01.004>.
- [5] Zulu, A. and John, S, "A Review of Control Algorithms for Autonomous Quadrotors", *Open Journal of Applied Sciences*, vol. 4, pp. 547-556, 2014, doi: 10.4236/ojapps.2014.414053.
- [6] Zhiwei Xu, Xiaohong Nian, Haibo Wang and Yinsheng Chen, " Robust guaranteed cost tracking control of quadrotor UAV with uncertainties," *ISA Transactions*, vol. 69, pp. 157-165, 2017, doi: 10.1016/j.isatra.2017.03.023.
- [7] Ramirez-Rodriguez, H., Parra-Vega, V., Sanchez-Orta, A. et al, " Robust Backstepping Control Based on Integral Sliding Modes for Tracking of Quadrotors," *J Intell Robot Syst*, vol. 73, pp. 51-66, 2014, doi: 10.1007/s10846-013-9909-4.
- [8] E. Fresk and G. Nikolakopoulos, "Full quaternion based attitude control for a quadrotor," 2013 European Control Conference (ECC), Zurich, Switzerland, 2013, pp. 3864-3869, doi: 10.23919/ECC.2013.6669617.
- [9] Moses Bangura, Robert Mahony, Hyon Lim, Hee Jin Kim, et al., " An Open-Source Implementation of a Unit Quaternion based Attitude and Trajectory Tracking for Quadrotors," *Proceedings of Australasian Conference on Robotics and Automation*, 2014.
- [10] T. Lee, "Robust Adaptive Attitude Tracking on SO(3) With an Application to a Quadrotor UAV," in IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 21, no. 5, pp. 1924-1930, Sept. 2013, doi: 10.1109/TCST.2012.2209887.
- [11] Yushu Yu, Xilun Ding and J. Jim Zhu, " Attitude tracking control of a quadrotor UAV in the exponential coordinates," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 350, Issue 8, pp. 2044-2068, 2013, doi: 10.1016/j.jfranklin.2013.05.022.
- [12] Yun Yu, Shuo Yang, Mingxi Wang, Cheng Li and Zexiang Li, "High performance full attitude control of a quadrotor on SO(3)," 2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Seattle, WA, 2015, pp. 1698-1703, doi: 10.1109/ICRA.2015.7139416.