

## **PENGAPLIKASIAN METODE INTERPOLASI DAN EKSTRAPOLASI LAGRANGE, CHEBYSHEV DAN SPLINE KUBIK UNTUK MEMPREDIKSI ANGKA PENGANGGURAN DI INDONESIA**

**[Applications Method Lagrange Interpolation And Extrapolation, Chebyshev And Cubic  
Spline To Predict The Unemployment Rate In Indonesia]**

Ryan Pratama<sup>1</sup>, R.H Sianipar<sup>2</sup>, I Ketut Wiryajati<sup>3</sup>

---

### **ABSTRAK**

*Interpolasi adalah taksiran harga-harga diantara titik-titik diskrit didalam bentangan data benar-benar tepat dan pendekatannya adalah mencari kurva tunggal atau sederetan kurva yang tepat melalui titik-titik tersebut. Jenis interpolasi yang digunakan adalah Interpolasi Lagrange, Chebyshev, dan Spline Kubik. Metode ini di implementasikan pada peramalan data time series untuk memprediksi angka pengangguran di Indonesia. Proses pengujian menghasilkan nilai rata-rata RMSE yang paling kecil pada Interpolasi Chebyshev yaitu 159.786. Secara visual untuk Interpolasi Spline kubik menunjukkan gambar yang paling baik dalam mengikuti dinamika data yang ada.*

**Kata kunci :** *Interpolasi, Time series, Lagrange, Chebyshev, Spline Kubik*

---

### **ABSTRACT**

*Interpolation is the estimated prices between discrete points in the stretch of the data is completely right and the approach is to find a single curve or series of curves right through those points. Type of interpolation is used Lagrange Interpolation, Chebyshev, and the Cubic Spline. This method is implemented in forecasting time series data to predict the unemployment rate in Indonesia. The testing process produces an average value in the smallest RMSE Chebyshev Interpolation is 159 786. Visually for cubic spline interpolation image shows the most good in following the dynamics of the existing data.*

**Keyword:** *Interpolasi, Time series, Lagrange, Chebyshev, Spline Kubik*

---

### **PENDAHULUAN**

Di Indonesia saat ini angka pengangguran di Indonesia terus meningkat. Didominasi oleh pengangguran usia muda. Selain usia muda, pengangguran juga banyak mencakup berpendidikan rendah, tinggal di pulau jawa dan berlokasi didaerah perkotaan. Intensitas permasalahan juga lebih banyak terjadi pada penganggur wanita dan penganggur terdidik. Pengangguran dan setengah menganggur merupakan permasalahan utama yang tidak dapat diselesaikan pada satu titik saja, tetapi harus ditangani dari atas. Faktor yang banyak berdampak pada pengangguran dan setengah pengangguran adalah faktor kependudukan, pendidikan dan ekonomi. Sekitar 10 juta penganggur terbuka (*open unemployed*) dan 31 juta setengah penganggur (*underemployed*) bukanlah persoalan kecil yang harus dihadapi oleh bangsa Indonesia di masa ini maupun dimasa yang akan datang. Dalam makalah ini kita mengaplikasikan interpolasi dan ekstrapolasi

untuk jumlah pengangguran dengan memproses data pengangguran periode masa lalu. Setelah dilakukan proses, sistem akan menghasilkan bobot-bobot yang akan digunakan untuk memprediksi jumlah pengangguran pada periode tahun-tahun selanjutnya

Prediksi adalah suatu proses untuk memperkirakan nilai pada masa yang akan datang dengan menggunakan data masa lalu. Prediksi menunjukkan apa yang akan terjadi pada suatu keadaan tertentu dan merupakan input bagi proses perencanaan dan pengambilan keputusan.

Jenis prediksi disesuaikan dengan pola data yang ada yaitu *cross-section data, time series, panel/pooled data* (Dedi Rosadi 2006).

1. *Cross-section data*, yakni jenis data yang dikumpulkan untuk / pada sejumlah individu / kategori untuk sejumlah variable pada suatu titik waktu tertentu. Model yang

---

<sup>1</sup>Jurusan Teknik Elektro, Fakultas Teknik, Universitas Mataram, Nusa Tenggara Barat Indonesia

digunakan untuk memodelkan data tipe ini seperti model regresi (*cross-section*)

2. *Time Series* (Runtun waktu) data yakni jenis data yang dikumpulkan menurut urutan waktu dalam suatu rentang waktu tertentu. Jika waktu dipandang bersifat diskrit (waktu dapat dimodelkan bersifat kontinu), frekuensi pengumpulan selalu sama (*equidistant*). Dalam kasus diskrit, frekuensi dapat berupa misalnya detik, menit, jam, hari, minggu, bulan atau tahun. Model yang digunakan adalah model-model *time series*.
3. *Panel/Pooled data*, yakni tipe data yang dikumpulkan menurut urutan waktu dalam suatu rentang waktu tertentu pada sejumlah individu/kategori. Model yang digunakan untuk pe-modelan data tipe ini seperti model data panel, model runtun waktu *multivariatn*. Secara ekuivalen, dikenal juga tipe data *Longitudinal*, dengan frekuensi data tidak haru *sequidis-tant*, namun analisa fokusnya berbeda dengan model panel.

**Regresi Linier.** Regresi linier adalah metode statistika yang digunakan untuk membentuk model hubungan antara variable terikat (*dependen, respon, Y*) dengan satu atau lebih variable bebas (*independen, prediktor, X*). Apabila banyaknya variable bebas hanya ada satu, disebut sebagai regresi linier sederhana, sedangkan apabila terdapat lebih dari 1 variabel bebas, disebut sebagai regresi linier berganda. Analisis regresi setidaknya memiliki 3 kegunaan, yaitu untuk tujuan deskripsi dari fenomena data atau kasus yang sedang diteliti, untuk tujuan kontrol, serta untuk tujuan prediksi. Regresi mampu mendeskripsikan fenomena data melalui terbentuknya suatu model hubungan yang bersifat numerik. Regresi juga dapat digunakan untuk melakukan pengendalian (kontrol) terhadap suatu kasus atau hal-hal yang sedang diamati melalui penggunaan model regresi yang diperoleh. Selain itu, model regresi juga dapat dimanfaatkan untuk melakukan prediksi untuk variable terikat. Namun yang perlu diingat, prediksi di dalam konsep regresi hanya boleh dilakukan di dalam rentang data dari variabel-variabel bebas yang digunakan untuk membentuk model regresi tersebut. Misal, suatu model regresi diperoleh dengan mempergunakan data variable bebas yang memiliki rentang antara 5 s.d. 25, maka prediksi hanya boleh dilakukan bila suatu nilai yang digunakan sebagai input untuk variabel X berada di

dalam rentang tersebut. Konsep ini disebut sebagai interpolasi (Deny Kurniawan 2008).

**Regresi non Linier.** Regresi non linier adalah suatu metode untuk mendapatkan model non linier yang menyatakan variabel dependen dan independen. Apabila hubungan fungsi antara variable bebas X dan variable tidak bebas Y bersifat non linier, maksudnya jika data asli  $X_i$  dan  $Y_i$  ditebarkan pada diagram tebar (*scatter diagram*) tidak mengikuti garis lurus tetapi mengikuti suatu bentuk kurva tertentu, katakanlah kurva eksponensial, maka analisis regresi yang cocok untuk menerangkan hubungan antara X dan Y tersebut adalah analisis regresi non linier sederhana. Transformasi Bentuk Non linier ke Bentuk Linier Untuk mendapatkan linieritas dari hubungan non linier, dapat meleakukan transformasi pada variable dependen atau variable independen atau keduanya. Jika melakukan perubahan pada variable independen, maka linieritas bias didapat tanpa adanya efek dari distribusi variable dependen. Jadi jika variable dependen didistribusikan secara normal dengan varians konstan untuk masing-masing X, maka variabel ini akan tetap berdistribusi normal.

**Interpolasi.** Interpolasi adalah taksiran harga-harga diantara titik-titik diskrit didalam bentangan data benar-benar tepat dan pendekatannya adalah mencari kurva tunggal atau sederetan kurva yang tepat melalui titik-titik tersebut (Kristoko Dwi Hartono 2006). Ekstrapolasi adalah taksiran harga-harga diluar batas data yang diamati. Persamaan yang digunakan untuk menentukan fungsi dari data numerik linier menggunakan interpolasi sama dengan menggunakan ekstrapolasi yaitu:

$$\frac{(y - y_1)}{(y_2 - y_1)} = \frac{(x - x_1)}{(x_2 - x_1)}$$

Dimana:

$y = f(x)$ , sementara x merupakan variable bebas,

$y_2, y_1, x_1$  dan  $x_2$  merupakan data numerik.

Kesalahan pemotongan pada interpolasi linier adalah:

$$e_T = \frac{(f''(\xi)/2)((x-x_1)(x-x_2))}{1}; x_1 \leq \xi \leq x_2,$$

sementara kesalahan ekstrapolasi pada umumnya lebih besar dari kesalahan interpolasi.

**Interpolasi Polinomial Lagrange.** Interpolasi polinomial Lagrange hampir sama dengan polinomial Newton, tetapi tidak menggunakan bentuk pembagian beda hingga. Interpolasi polinomial Lagrange dapat diturunkan dari persamaan Newton. Interpolasi Lagrange diterapkan untuk mendapatkan fungsi polinomial  $P(x)$  berderajat tertentu yang melewati sejumlah titik data. Misalnya, kita ingin mendapatkan fungsi polinomial berderajat satu yang melewati dua buah titik yaitu  $(x_0, y_0)$  dan  $(x_1, y_1)$ .

Bentuk polinomial Newton order satu:  

$$f_1(x) = f(x_0) + (x - x_0) f[x_1, x_0] \quad (1)$$

Pembagian beda hingga yang ada dalam persamaan diatas mempunyai bentuk:

$$f[x_1, x_0] = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

$$f[x_1, x_0] = \frac{f(x_1)}{x_1 - x_0} + \frac{f(x_0)}{x_0 - x_1} \quad (2)$$

Substitusi persamaan (1) ke dalam persamaan (2) memberikan:

$$f_1(x) = f(x_0) + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} f(x_1) + \frac{x - x_0}{x_0 - x_1} f(x_0)$$

Dengan mengelompokkan suku-suku di ruas kanan maka persamaan diatas menjadi:

$$f_1(x) = \left[ \frac{x_0 - x_1}{x_0 - x_1} + \frac{x - x_0}{x_0 - x_1} \right] f(x_0) + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} f(x_1)$$

atau

$$f_1(x) = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} f(x_0) + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} f(x_1) \quad (3)$$

Persamaan (3) dikenal dengan interpolasi polinomial Lagrange order satu.

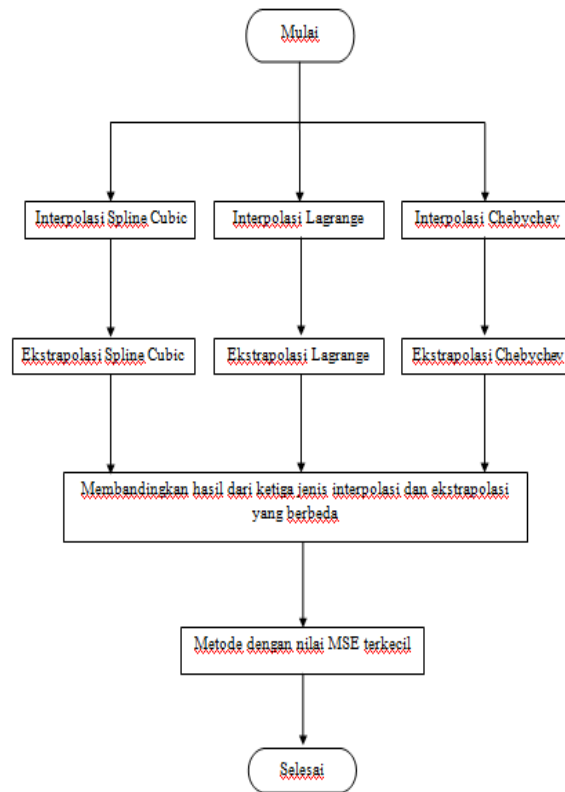
**METODE PENELITIAN**

Pada penelitian ini menggunakan 3 metode Interpolasi dan ekstrapolasi untuk memprediksi angka pengangguran di Indonesia yang di ambil di situs Badan Pusat Statistik Indonesia. 3 metode Interpolasi tersebut adalah Interpolasi dan Ekstrapolasi Lagrange, Chebyshev, dan Spline Kubik. Dalam ketiga Interpolasi tersebut digunakan ke dalam Matlab untuk dapat melihat hasil

koefisien dari ketiga interpolasi dan ekstrapolasi yang akan di gunakan sebagai prediksi.

Pada penelitian ini penulis menggunakan alat dan bahan sebagai berikut:

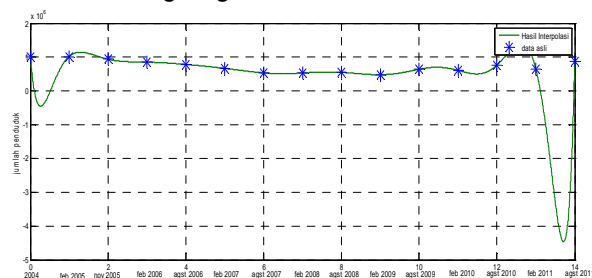
1. Komputer "Acer" intel Pentium 4 (2.1 GHz)
2. Memory 2 Gbyte dan Hardisk 320 Gbyte.
3. Sistem Operasi Windows 8.
4. Software MATLAB 2008b.
5. Data Badan Pusat Statistik



Gambar 1. Diagram Alir Penelitian

**HASIL DAN PEMBAHASAN**

Interpolasi dan Ekstrapolasi dengan Polinomial Lagrange.



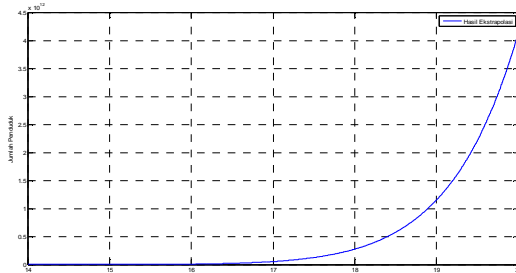
Gambar 2. Hasil interpolasi Lagrange atas kategori data Tidak/Belum Pernah Sekolah/Belum Tamat SD

Dapat dilihat dari Gambar 2 untuk data kategori tidak/belum tamat SD antara tahun 2004 - Februari 2005 dan Februari 2011 - Agustus 2011 mengalami perubahan yang sangat signifikan pada hasil Interpolasi. Sedangkan hasil Interpolasi pada data bulan November 2005-Agustus 2010 hampir tidak ada perubahan.

Berikut ini di dapatkan hasil persamaan polynomial Lagrange dengan derajat 10 ,yaitu sebagai berikut :

$$l_{10}(x) = 10^7(0.0003x^{10}-0.0036x^9 + 0.0295 x^8- 0.1737x^7 + 0.7354 x^6-2.1993x^5+4.4899x^4- 5.8790x^3 + 4.3709x^2-1.3696 x^1+ 0.1004x^0$$

Hasil ekstrapolasi Lagrange atas kategori data Tidak/Belum Pernah Sekolah/Belum Tamat SD dapat dilihat pada Gambar 3. berikut:

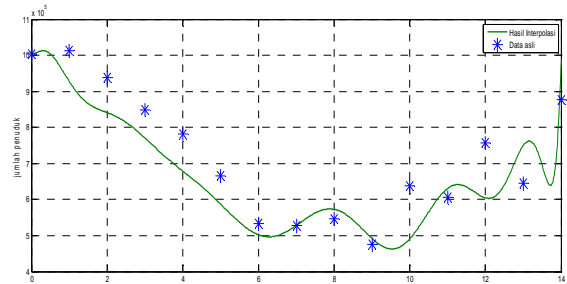


Gambar 3. Hasil ekstrapolasi Lagrange atas kategori data Tidak/Belum Pernah Sekolah/Belum Tamat SD

Gambar 3 menunjukkan bahwa pada hasil ekstrapolasi Lagrange kategori data Tidak/Belum Pernah Sekolah/Belum Tamat SD, tidak dapat mengikuti dinamika data dengan benar. Ini terlihat dari grafik yang tidak sesuai dengan data yang di berikan dengan hasil gambar pada grafik tersebut. Berikut ini diperoleh persamaan ekstrapolasi Lagrange dengan derajat 10. Dan dapat di lihat pada persamaan di bawah ini :

$$l_{10}(x) = 10^7 (0.0003x^{10}-0.0036 x^9+ 0.0295 x^8 -0.1737 x^7+ 0.7354 x^6 -2.1993 x^5+ 4.4899 x^4 -5.8790 x^3+ 4.3709 x^2 -1.3696 x^1+ 0.1004x^0)$$

**Polinomial Chebyshev.** Dengan cara yang sama juga pada Interpolasi Polinomial Chebyshev untuk data pengangguran dengan kategori Tidak/Belum Pernah Sekolah/Belum Tamat SD dapat dilihat pada grafik dibawah ini:



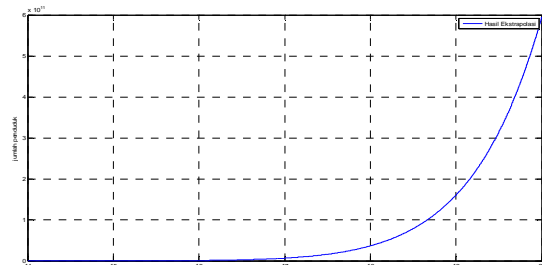
Gambar 4. Hasil Polinomial Chebyshevatas Kategori Tidak/Belum Pernah Sekolah/Belum Tamat SD

Gambar 4. dapat di lihat untuk data kategori Tidak/Belum Pernah Sekolah/Belum Tamat SD bahwa pada hasil Interpolasinya dapat mengikuti dinamika data asli yang ada. Dan tidak ada perubahan yang sangat drastis pada hasil Interpolasinya.

Berikut ini didapatkan persamaan polynomial Chebyshev dengan derajat 10 sebagai berikut:

$$l_{10}(x) = 10^6 (0.0004x^{10}-0.0048x^9+ 0.0358 x^8 -0.1865 x^7+ 0.6690x^6 -1.5978 x^5+ 2.3797 x^4 -1.9322 x^3+ 0.5860 x^2 -0.0268 x^1+ 1.0046x^0)$$

Berikut adalah grafik hasil ekstrapolasi Chebyshev untuk ketegori Tidak/Belum Pernah Sekolah/Belum Tamat SD dapat dilihat dibawah ini :



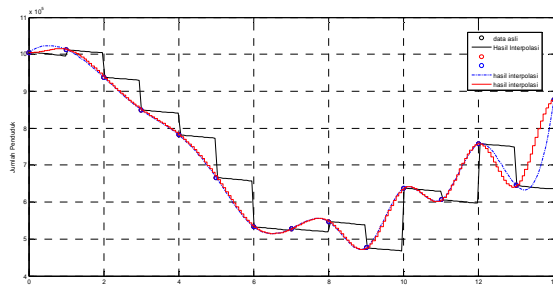
Gambar 5. Hasil Extrapolasi Chebyshev atas Kategori Tidak/Belum Pernah Sekolah/Belum Tamat SD

Gambar 5. menunjukkan bahwa pada hasil ekstrapolasi Chebyshev kategori /Belum Pernah Sekolah/Belum Tamat SD, tidak dapat mengikuti dinamika data dengan benar, sama seperti ekstrapolasi dengan kategori sebelumnya . Ini terlihat dari grafik yang tidak sesuai dengan data yang di berikan dengan hasil gambar pada grafik tersebut.

Untuk hasil matlab nya diperoleh persamaan polinomial Chebyshev dengan derajat 10:

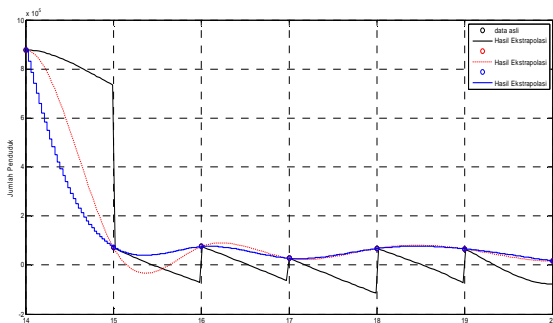
$$l_{10}(x) = 10^6 (0.0004x^{10} - 0.0048x^9 + 0.0358x^8 - 0.1865x^7 + 0.6690x^6 - 1.5978x^5 + 2.3797x^4 - 1.9322x^3 + 0.5860x^2 - 0.0268x^1 + 1.0046x^0)$$

**Interpolasi Dengan Spline kubik.** Dengan cara yang sama juga pada Interpolasi Spline Kubik untuk data pengangguran dengan kategori Tidak/Belum Pernah Sekolah/Belum Tamat SD dilihat pada grafik dibawah ini:



Gambar 6. Hasil Spline Kubik atas Kategori Tidak/Belum Pernah Sekolah/Belum Tamat SD

Dapat dilihat dari Gambar 6. untuk data kategori tidak/belum tamat SD antara tahun 2004 - Agustus 2011 pada hasil Interpolasinya dapat mengikuti dinamika data asli yang ada. Dilihat dari grafik di atas tidak mengalami perubahan yang sangat signifikan dan tidak ada perubahan yang sangat drastis pada hasil interpolasinya.



Gambar 7. Hasil Ekstrapolasi Spline Kubik atas Kategori Tidak/Belum Pernah Sekolah/Belum Tamat SD

Dapat dilihat dari Gambar 7. untuk data kategori tidak/belum tamat SD pada hasil Ekstrapolasinya berhasil mengikuti dinamika data asli yang ada terhadap data asli. Sehingga Ekstrapolasi ini mampu untuk memprediksi data. Berikut ini didapatkan persamaan Ekstrapolasi Spline Kubik dengan derajat 3:

$$S_0(x) = 10^5 (8.7727x^3 - 2.2957x^1 + 0.9693)$$

$$S_1(x) = 10^5 (0.2785x^3 - 1.6504x^2 - 0.6002x^1 - 0.2501)$$

$$S_2(x) = 10^5 (0.5469x^3 - 1.2003x^2 - 0.1500x^1 + 0.0500)$$

$$S_3(x) = 10^5 (0.9575x^3 - 1.3504x^2 + 0.0500)$$

$$S_4(x) = 10^5 (0.9649x^3 - 1.2003x^2 + 0.1500x^1 - 0.2501)$$

$$S_5(x) = 10^5 (0.1576x^3 - 1.6504x^2 - 0.6002x^1 + 0.9503)$$

## KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dapat diambil kesimpulan bahwa :

1. Hasil pengujian dengan metode Interpolasi *Lagrange* menghasilkan nilai rata-rata RMSE yang paling kecil yaitu 175.533
2. Hasil pengujian dengan metode Interpolasi *Chebyshev* menghasilkan nilai rata-rata RMSE yang paling kecil yaitu 159.786
3. Hasil pengujian dengan metode Interpolasi *Spline Cubic* menghasilkan nilai rata-rata RMSE yang paling kecil yaitu 444.568
4. Dari nilai rata-rata RMSE hasil pengujian menunjukkan bahwa metode interpolasi *Chebyshev* lebih baik dalam memprediksi angka pengangguran di Indonesia

## SARAN

Berdasarkan pengalaman numeris yang telah dilakukan, berikut adalah beberapa saran yang penting untuk diperhatikan :

1. Metode Ekstrapolasi *Lagrange* dan Ekstrapolasi *Chebyshev* membutuhkan data yang lebih banyak untuk menghasilkan nilai prediksi yang lebih baik

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anonim.2010.Universitas Sumatra Utara .(<http://repository.usu.ac.id/bitstream/123456789/30725/3/Chapter%20II.pdf>, Diakses 12 Oktober 2012).
- [2] Dedi, Rosadi.2006 ,Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam ,Program Studi Statistika.Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta. (<http://dedirosadi.staff.ugm.ac.id>).
- [3] Deny, Kurniawan. 2008 ,Regresi Linier , (<http://ineddeni.wordpress.com>).
- [4] Desmizar. 2008. Deret Berkala (Time Series).Modul 10 & 11. Fakultas Ekonomi.Universitas Mercu Buana.

- [5] Handayani, Rini, Model Regresi, STIE ATMA BHAKTI, Surakarta
- [6] Indra, Almahdy. "perencanaan dan pengendalian produk.MPC". ([http://92042-4-\(read only\)](http://92042-4-(read%20only))).
- [7] Munawarah, Astin Nurhayati, 2010. Peramalan jumlah penumpang pada PT. Angkasa pura (persero) kantor cabang Bandar udara Internasional Adisutjipto Yogyakarta dengan metode Winter's exponential smoothing dan seasonal arima, Program studi matematika jurusan pendidikan matematika fakultas matematika dan ilmu pengetahuan alam universitas negeri Yogyakarta.
- [8] Sanisah,Siti. 2010. Pendidikan Tinggi dan Pengangguran Terbuka ,Sebuah Dilema.Program Pasca Sarjana UNJ